

簡易數學遊戲增趣味

遊戲能增加學習的趣味，莫院士推薦了一款老少咸宜的數學遊戲，來自法國的「數字與字母」（法文：Des Chiffres et des Lettres）。這個遊戲分有兩個環節，參賽者均須於限時內完成，兩個環節的分數相加，總和最高分者勝出遊戲。



第一個環節是數字的加減乘除，遊戲主持人先從0至1000中抽出6個數字，再抽出題目數字，參賽者需要在限時內運用加減乘除處理這6個數字，讓其答案等於或接近題目數字，最快完成者將獲得分數。

例子：

題目數字是437，抽出的數字為2,8,8,2,50,5。

$$(50+5) \times 8 = 440$$

$$(8-2) \div 2 = 3$$

$$440 - 3 = 437$$

第二個環節是字母拼寫。遊戲主持人抽出8個字母（有些遊戲設定是10個字母），參賽者在限時內拼出最長的法文字，最快完成者將獲得分數。香港學生可以改為英文字拼寫。

例子：

抽出的8個字母為L, R, C, I, E, N, O, L
可以拼寫為COLLIER，法文意思是「項鍊」。此字也可用於英文，英文意思為「煤礦工人」。

「數字與字母」既能測試語言與數學運算的能力，也能訓練反應，遊戲規則簡單，不須過多事前準備。莫院士指在其於法國教書生活時，「數字與字母」是很流行的遊戲，甚至有全國公開的電視競賽。他指不少數學習題也能改以遊戲競賽的方式，增加趣味與競爭性，例如國際數學奧林匹克的練習題，可以三、四名學生組成一個小隊，教師做評判，小隊間互相出題目給對方做。

莫毅明院士簡介

莫毅明院士致力於多複變函數論、複微分幾何與代數幾何的研究，懂多門外語，能以英語、法語、德語與意大利語進行學術演講。莫院士1975年畢業於聖保羅男女中學，1978年取得耶魯大學碩士學位，1980年取得史丹福大學博士學位。擔任香港大學謝仕榮衛碧堅基金教授（數學）（Edmund and Peggy Tse Professor in Mathematics）、數學系講座教授、明德教授（HKU Endowed Professor）、數學研究所所長。2015年當選中國科學院院士。2017年當選為香港科學院院士。2022年8月，獲得第七屆「未來科學大獎」數學與計算機科學獎。

專訪片段



院士與數學



院士與數學教育



書籍推介

1. Elementary Set Theory, Parts 1 and 2 (初級集合論【上下冊】)

K.T.Leung and Doris L.C.Chen (梁鑑添、郭麗珠)

此書分有兩冊，適合攻讀數學的學生，學習邏輯和集合論的基本要點。第一章講解命題邏輯（Statement Calculus），隨後八章解說集合論（Set Theory）。

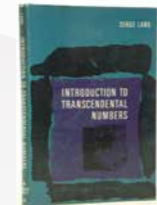
莫院士推介：

「這本書由曾任教香港大學的兩位先生編撰，內容深入淺出，從邏輯到集合論，提供基礎訓練，中學生也能用以自學。記得讀中學時，學校老師自編的數學教材有部分取材自此書。邏輯與集合論是基礎知識，不單涉及數學，對科學、哲學的學習也有幫助。例如伯特蘭·羅素（Bertrand Russell）提出的羅素悖論，是集合論的悖論。羅素除了哲學論述外，也有就數學研究著述。」



2. Introduction to Transcendental Numbers Serge Lang

此書簡介超越數論。在數論中，超越數（Transcendental Number）指任何一個不是代數數（Algebraic Number）的無理數。只要它不是任何一個有理係數代數方程的根，它即是超越數。例子有自然對數底e以及圓周率π。



莫院士推介：

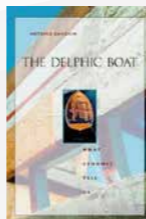
「這本書講述複分析（Complex Analysis），在複數平面做的微積分，如何用分析工具解決深層次的數論問題，即超越數的問題。書中總結前人經驗，講述了超越數最基礎的理論。接觸這本書時，我還是高中生，而我近來獲獎的內容，其中一部分可以說是此書提及的問題之延伸。此書用字淺白，可以是大學數學基礎課程的教材，但對數學有興趣的中學生也不妨一試。學生如了解複數、複平面上的微積分，用一些此書建議的初等複分析，便能得出漂亮的結果。」

3. The Delphic Boat: What Genomes Tell Us Antoine Danchin (作者)；Alison Quayle (譯者)

如果忒修斯之船的木頭逐漸被更換，直至所有木頭換上新造的，那還是同一艘船嗎？作者借用著名的忒修斯悖論為書名，基因組（Genome）如同構成忒修斯之船的木頭，指出了解基因的構造與其組成部分之間關係的重要性。此書分有五章節，談及學界了解基因組的歷史、講解DNA的構造序列、基因組定序（Genome Sequences）代表的訊息等，涵蓋數學、生物學、哲學等討論範疇。

莫院士推介：

「此書原文為法文，後翻譯為英文，探討人類如何理解基因圖譜。雖然在2003年出版，當時還未有完整的人類基因圖譜，但有簡單生物的基因圖譜，書中討論的議題至今仍有價值。此書展現數學與其他學科的跨學科研究，作者是數學研究出身，進而跨學科探究生物學的範疇，書中可見他熟悉數學與生物學領域，分析基因每部分的作用，用數學概念解說生物學，展現讀數學的人，如何理解生物科學的基因圖譜。我覺得生物科學將來會和數學有很多相關地方，現在已經有計算生物學（Computational Biology）。如果對這方面有興趣的師生，不妨一閱。」



科學素養

香港科技創新教育聯盟季刊

2024年5月 第17期



院士專訪

以有限創無限 意識直覺與經驗

莫毅明院士：人工智能尚不及人類的原創性



以有限創無限 意識直覺與經驗

莫毅明院士：人工智能尚不及人類的原創性

編採：招淑英 受訪：莫毅明院士

「人類的記憶是有限的，」莫院士一身筆挺黑色西裝，在香港大學邵逸夫樓數學系圖書室內接受訪問，「人類在做研究、探尋新知識的方法時，因人類的有限性，往往需要一些『捷徑』，有些來自經驗，有些來自直覺。」聊天機械人程式ChatGPT橫空出世，熟練運用自然語言與人對答，那麼人工智能會否取代人類？《科學素養》今期刊登了香港大學謝仕榮、衛碧堅基金教授（數學）及數學系講座教授、中國科學院莫毅明院士的專訪。莫院士暢談了數學與現時流行的高科技，亦分享了自學方法，學習外語秘訣，以及適合師生的數學遊戲。

招：數學在人工智能技術方面發揮了什麼作用？

莫：電腦程式是數學公式，人工智能是按電腦程式指示運行，與數學密不可分。人工智能目前試驗了很多應用方式，如文字辨識、仿效自然語言交談等。2023年興起的ChatGPT（聊天生成預訓練轉換器，由OpenAI開發的人工智能聊天機械人程式）就是人工智能處理自然語言的成果，這是很大的進步。在我的學問系統裏，語言是基礎，數學是進一步。數學可以說是一種語言，計算機可以說是邏輯的語言，和自然語言不同。ChatGPT幾乎產生等同自然語言的對答，在我看來，這基本上可以滿足圖靈測試 (Turing Test)。

招：人工智能和人類的關係如何？會否取代人類？

莫：在科研方面，人工智能可協助研究者，可以說是助手。目前人工智能產出最好的成品遠達不到人類作品的深度。以數學為例，人類的數學，不同於機器產出的數學。有一個學科領域，名叫機器證明（亦稱自動推理，Automated Reasoning），使用電腦程式進行數學定理的證明。對於不同的公理系統，它能夠推論出某些命題在此系統下是正確的。可是，人工智能現時還不能做到人類數學證明的深度。

人類的記憶是有限的。人類在做研究、探尋新知識的方法時，因人類的有限性，往往需要一些「捷徑」，

有些來自經驗，有些來自直覺。為什麼會有直覺？直覺是由意識開始。而直覺、意識則是人類的優勢。現時就「意識」的問題有很多辯論：什麼是計算機的意識？人工智能可以產生意識嗎？如果可以，該如何產生呢？如果沒有一個很有系統的意識產生狀態，至少我樂觀認為人工智能未能做到人類原創性的研究。即是要找到新的定理，新的研究方向，像數學家發現新的理論，目前人工智能還未能做到，而這個障礙不容易解決。

招：現在流行大數據，很多事物可化為數據追蹤計算，那麼數學能否預測未來？

莫：數學家對數學的理解是較為廣闊的，任何有結構性的東西最終可能是數學。一個模型的對稱性，需要數學的語言描寫，例如群論 (Group Theory)、李群 (Lie Group)，或群表示論 (Group Representation Theory)。一般人不知道這些是數學，認為數學只是數字和圖案，但現今數學的發展還包含許多其他內容，例如代數、邏輯、或然率等等。

如何透過數學的方法預測一些事物，是很深的哲學問題。世界究竟是決定論的 (Deterministic)，還是非決定論的 (Indeterministic)，也不能馬上論斷；這不是某單一學科可以解決的難題。數學是否能預測未來，是有趣的問題，但沒有人能解答。只能說，科學是想更進

一步知道發展的大概軌跡。數學家是嘗試透過構造某些結構、理論，解釋世界的現象，而現象可以用一套數學語言來描繪，如形式邏輯、集合論、包括群論在內的代數結構等等。

招：現時研究重視跨學科，在大學數學研究有否跨學科的元素？

莫：跨學科在學界研究強調了很久，但也有其難處，做跨學科的研究員不能只懂得一個專長領域。舉例說，一名想做跨學科研究的統計學者，只懂得統計學，但不認識醫學、生物學等其他學科的內容，便難以提出有趣而值得探究的跨學科問題。

成功的跨學科學者必須深入理解其研究領域涉及的多門學科，掌握這些學科的基礎，扎根於自身強而有力的基礎學問鑽研探索。簡單而言，跨學科是未來研究的重要發展趨勢，跨學科涉及的多門學科，研究員均要了解掌握，不能每個範疇只得「半桶水」。

在學術的求學路上，學生也可為跨學科研究作準備。在大學學士課程，有主修和副修的選擇，如學生能力許可，也可選擇雙主修。現時大學的選課設計有較大自由，大學生能做到跨學科的選課，例如主修數學、副修音樂。在研究生學習上，如想特別做某兩個科目的跨學科研究，則要視乎研究題目有否適合的教授可作為指導老師，以協助研究生完成論文。

圖書館成寶庫 學語言探世界 數學家遊走文理 談自修與外文

自學有什麼秘訣？學外語有捷徑嗎？莫毅明院士自小便對數學感興趣，除了學校課堂，自學也是吸收知識的途徑。1975年在聖保羅男女中學畢業後，他負笈美國芝加哥大學升學，做了大膽決定，跳過大學的數學學士課程，直接修讀研究生院的數學，這有賴於他中學時期的自學與老師的教導。除了醉心數學，莫院士亦遊走於文史哲，熱衷創作古詩、學習外語，懂多國語言，如英文、德文、法文、意大利文、西班牙文、葡萄牙文、日文等。對於外語學習，莫院士也有一套方法。

既溫故亦知新

「小時候沒有互聯網，我常在圖書館翻看感興趣的書籍，如遇到有趣主題，就有計劃地邊看邊學，例如小學六年級學會平面幾何，中二開始接觸微積分。」莫院士指自學首要找感興趣的事物，進而尋找學習材料，圖書館便是他的自學寶庫。透過自學和中學老師的悉心教導，莫院士升讀美國芝加哥大學時，便直接修讀研究生院的數學課程，「我的中學老師編撰較深的數學教材，把『新數學』裏的形式邏輯和集合論，以及『舊數學』裏的內容諸如平面幾何與概率論相結合。因而我學得比較快，加上自學，預科畢業時已掌握大學的數學學士課程內容。」當時的中學採用舊制，五年中學教育後再修讀兩年預科，才報考大學。

自學和學校課程是相輔相成。自學是自行摸索，遇到感興趣的課題便深入學習，但相比正規課程，是缺乏系統的。「我看書自學時，不會所有習題都做，主要拿大概的思想與方向。有些知識先看一遍，再到課堂先生講解，便自然知道有哪些不懂，補充自學不完整的部分。」莫院士憶述芝加哥大學第一年的研究生數學課程，指其設計完備，當時他修讀基礎數學三個主要方向：代數、分析與拓撲學。「從中學到大學，我知道自學有一些東西是看漏了，而學校完整的數學課程，則讓我『重溫執漏』，記不清的地方、自學缺漏的知識，再學一次。因而自學和學校課程是互補的。」

自學除了溫故知新，也可以學習新事物。「看一本書，不是只看內容，而是要看作者如何寫，某程度也能反映他的觀點，不同觀點的比較，在你的大腦互相切磋，有時能激發一些新想法，這是讀書的趣味。」莫院士除了深鑽細研數學外，他也喜歡寫古詩學外語，懂多國語言，翻譯自己的詩作，「我對法國文學有興趣，也喜歡法文的發音，小學畢業便開始學法文，這都得益於我姐姐的一位數學老師，他借了教材和錄音帶給我學習。」

學音標窺文化

說起外語學習，莫院士首推音標。「音標和法文我差不多同時學，音標準確記錄外語的發音，即使你不懂得那個字，也能按着音標準確拼出發音，讓你更快掌握。」他指語言代表某一地域的文化思想，學懂某一外語，便是打開對該地域的瞭解窗戶。「你學懂一個語言，接觸了該語言的文獻，便會發現作者的文化背景對寫作有很大影響。後來我因為數學而學習德文，發現德國人學問研究嚴謹，以科學的方式嚴格研究。科學的德語是Wissenschaft，動詞wissen意指『認識』，和英文know相近，Wissenschaft理解為知識的藝術 (the art of knowing)。在德語的語境下，任何有系統地認識事物的學問都可以是科學。」

莫院士學習德語後，發掘了德語一個秘藏，便是德國編撰出版的語言書籍，是他接觸其他外語的秘笈。「德國人分析語言的演變很詳細，德文的外語書是很好的教材，我曾經嘗試學波蘭語，找到了東德的教材，書裏有比較語言學的內容，將波蘭文的字詞，對應俄文和德文，這些資料對我很有用，我熟悉德文，也有一點俄文底子。我學習一樣新事物，會用已掌握的知識接觸。」莫院士在辦公室書架翻出一本德語教材，笑指到國外參與學術會議，最常去的地方是書局，現有書庫是由一本本從各地書局買到的「心頭好」累積而來。

練語感敢試錯

周遊列國的學術生活，給予莫院士學習與運用各種外語的機會，但不能缺少熱情、興趣與爭取。1980年取得史丹福大學博士學位後，他開始在普林斯頓大學工作，抓住了學習意大利語的機會。「那時我要教兩堂課，中間有一段休息時間，有位工人願意教我意大利文，便免費學會了。中學時曾接觸意大利民歌，那時就覺得音色優美，令人愉悅。」有一次他到意大利參與學術會議，就挑戰用意大利語演講。為了做好準備，莫院士說起他的訓練方法：「第一要習慣語音，閉着收音機，聽了幾個星期的意大利語。第二是要有自信心，學校的學習方法是考試，但考試不容許有錯，錯便要扣分。不過我學外語，出錯是自然的，有錯便糾正，只要找到人願意和你溝通，就能逐步建立說外語的自信心。」那次講座很成功，莫院士用意大利語對答，會後晚宴更與當地人暢談無阻。

莫院士強調學問的連通性，例如如何把看似無關的幾何學與數論聯繫起來，是他一個重要研究方向。莫院士先後在普林斯頓大學、哥倫比亞大學、巴黎大學任教。在海外工作生活十九年後，於1994年回港擔任香港大學數學系講座教授，1999年開始擔任港大數學研究所 (Institute of Mathematical Research) 所長，增進香港與各地學界的數學研究交流。他亦致力與青少年講授數學的學習與趣味，到中學做講座，參加與青少年的對話活動等。例如2022年「未來科學大獎」對話青年線上會議；香港科技創新教育聯盟主辦「科學教育榮譽講師計劃」，2023年莫院士於創知中學講述學習數學的經歷《從-1的平方根說起：數學的魅力與數學家的人生》。



$$r = \frac{2s}{a+b+c}$$



$$l = 2\pi r$$

莫院士古詩作品

